

## تخمین ظرفیت خمشی ستون های بتن مسلح با فولاد مارپیچ

حسین نادرپور<sup>۱</sup>، معصومه میررشید<sup>۲</sup>

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، ایران

۲- دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، ایران

m.mirrashid@semnan.ac.ir

### چکیده

هدف از این مقاله، ارائه یک ساختار محاسباتی با دقت مطلوب، برای تخمین ظرفیت ستون های بتن مسلح با فولاد مارپیچ می باشد. روش مورد استفاده، بر مبنای مدلی با نام Group Method of Data Handling یا به اختصار، GMDH است که نوعی شبکه عصبی به شمار رفته و دارای گره هایی با توابع چندجمله ای مرتبه ۲ می باشد. در مدل پیشنهادی، از هشت متغیر ورودی استفاده شده که شامل قطر ستون، طول طره معادل، درصد فولاد طولی، درصد حجمی فولاد عرضی، تنش تسلیم فولاد طولی و عرضی، مساحت هسته بتنی و نیروی برشی است که از آن ها برای محاسبه متغیر خروجی که در این مقاله، لنگر خمشی می باشد، استفاده گردیده است. به منظور پیش بینی ضرایب مجهول چندجمله ای های مدل پیشنهادی، مجموعه ای از داده های آزمایشگاهی که در پایگاه PEER منتشر شده، گردآوری شده است. نتایج به دست آمده نشان می دهد که ساختار فرموله شده در این مقاله، عملکرد مطلوبی داشته و قادر است مقادیر خروجی مدل را با دقت بالا، تخمین بزند.

کلمات کلیدی: روش GMDH، فولاد مارپیچ، ستون بتن مسلح، ظرفیت خمشی، گسیختگی خمشی.

### ۱. مقدمه

روش های تحلیلی مرسوم مانند اجزا محدود، به عنوان ابزاری برای تعیین مقادیر پاسخ و نیرو در اجزای سازه ای به کار می روند. اما چنین روش هایی، با مسائل متعددی نظیر اندازه ی شبکه بندی [۱] و صحت سنجی [۲] رو به رو بوده و در مسائل غیرخطی و مدل های پیچیده تر نیز سرعت بسیار پایینی داشته و زمان بر می باشند. به دلایل فوق، امروزه استفاده از رویکرد های جایگزین،

مورد توجه محققان قرار گرفته که یکی از آن ها، Soft Computing یا محاسبات نرم می باشد. چنین روش هایی در سال های اخیر، برای حل مسائل مهندسی و در زمینه های مختلف علمی، در تحقیقات بسیاری مورد ارزیابی قرار گرفته و مطالعه شده اند. در مهندسی عمران نیز، قابلیت های محاسبات نرم برای مسائل پیچیده ای نظیر کنترل سازه [۳] و پیش بینی زلزله [۴، ۵] به کار گرفته شده و از آن برای تخمین های با دقت بالا برای اجزایی مانند بتن [۶، ۷]، اتصالات [۸-۱۱]، دال [۱۲]، ستون [۱۳، ۱۴]، تیر [۱۵-۱۸]، ملات [۱۹-۲۲] و مقاومت پیوستگی اتصال [۲۳] نیز استفاده شده است. از جمله سیستم های محاسبات نرم که دارای ساختار محاسباتی کارا و مناسبی است، مدل GMDH است که یک شبکه عصبی چند لایه محسوب شده و توسط ایواخنکو در سال ۱۹۷۱ معرفی شده است [۲۴]. در این روش، هر لایه دارای تعدادی گره با چندجمله ای های مرتبه ۲ می باشد که مجموعه ی آن ها، برای تخمین مقدار گره خروجی در نظر گرفته می شوند. در این مقاله، نویسندگان از روش فوق برای تعیین مقاومت خمشی ستون های بتن مسلح با فولاد مارپیچ استفاده و یک ساختار محاسباتی برای آن ارائه کرده اند. همچنین، مدل نهایی توسط مجموعه داده های آزمایشگاهی، ارزیابی و صحت سنجی شده است.

## ۲. پایگاه اطلاعات داده های آزمایشگاهی

برای تعیین ضرایب چندجمله ای های مدل GMDH، به پایگاهی از داده های آزمایشگاهی و نتایج آن ها نیاز است. برای این منظور، مجموعه ای از ۸۲ داده ی آزمایشگاهی مربوط به ستون های بتن مسلح با فولاد مارپیچ که در خمش، گسیخته شده اند، از گزارش PEER استخراج گردید [۲۵]. در این گزارش، اطلاعات آزمایشگاهی و نتایج آن ها از مراجع مختلف، گردآوری و ارائه شده است [۲۶-۵۹].

جدول ۱. تشریح پارامترهای ورودی مورد استفاده

Parameter	Description
X <sup>۱</sup>	Diameter of column (mm) (Note: In case of square and octagonal sections D refers to the largest circle that can be inscribed in the section)
X <sup>۲</sup>	Sectional area (mm <sup>۲</sup> ) circumscribed by spiral/hoop reinforcement. Diameter taken as distance from center to the center of spiral
X <sup>۳</sup>	Length of equivalent cantilever (mm)
X <sup>۴</sup>	Longitudinal reinforcement ratio (%)
X <sup>۵</sup>	Volumetric transverse reinforcement ratio (%)
X <sup>۶</sup>	Yield stress of longitudinal reinforcement (MPa)
X <sup>۷</sup>	Yield stress of transverse reinforcement (MPa)
X <sup>۸</sup>	Shear load (kN)
Y	Moment Capacity (kN.m)

پیش از به کار گیری داده های فوق، لازم است تا بازه ی تغییرات هر کدام از داده ها نیز در یک محدوده ی مشخص و کوچک نظیر ۱- تا ۰+، ۰ تا ۱ و یا مواردی از این دست (۱- تا ۱+ در این مقاله)، قرار گیرند. این مسئله باعث افزایش توانایی و دقت مدل

می گردد. برای مدل پیشنهادی ارائه شده، از هشت متغیر ورودی استفاده شده که جریئات آن ها در جدول ۱ قابل مشاهده می باشد. برای آموزش مدل، ۷۰ داده از مجموعه اطلاعات پایگاه داده ها، در نظر گرفته شد و باقی ۱۲ داده نیز برای آزمایش مدل، مورد استفاده قرار گرفته است. خلاصه ای از اطلاعات مربوط به داده های گردآوری شده، در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. خلاصه ای از پایگاه اطلاعات مورد استفاده

	X <sup>۱</sup>	X <sup>۲</sup>	X <sup>۳</sup>	X <sup>۴</sup>	X <sup>۵</sup>	X <sup>۶</sup>	X <sup>۷</sup>	X <sup>۸</sup>	Y
Minimum	152.00	14384.00	375.00	0.45	0.13	294.00	207.00	14.00	22.00
Maximum	610.00	256512.00	9096.00	5.57	3.49	565.37	1000.00	957.00	1300.00
Median	400.00	107521.00	1600.00	2.42	0.94	446.00	434.00	136.00	220.00
Average	392.00	114228.72	1854.02	2.53	1.21	426.26	466.13	199.87	368.28
St. Dev*	137.72	78768.35	1479.13	1.00	0.71	62.61	158.91	209.56	340.19
Mode	250.00	61575.00	1372.00	2.04	0.94	448.00	434.00	77.00	394.00
Range	458.00	242128.00	8721.00	5.12	3.36	271.37	793.00	943.00	1278.00

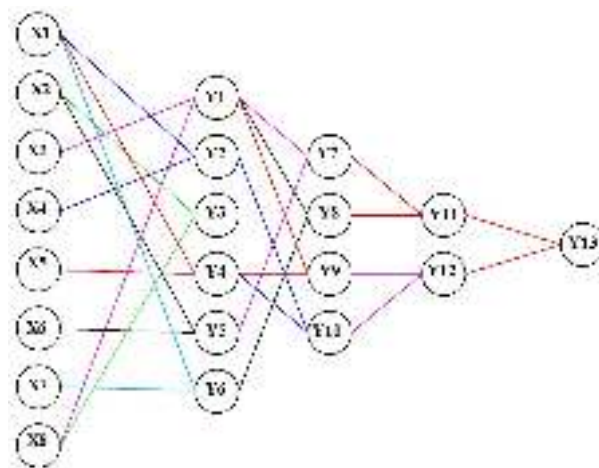
St. Dev\*: Standard Deviation

### ۳. ساختار مدل GMDH پیشنهادی

یک مدل بر پایه ی GMDH شامل تعدادی لایه می باشد که در هر لایه، گره هایی با تابعی به فرم معادله ۱ قرار دارد:

$$Y_i = C_1 + C_2 X_j + C_3 X_k + C_4 X_j^2 + C_5 X_k^2 + C_6 X_j X_k \quad i = 1, \dots, 13 \quad (1)$$

در این رابطه، پارامترهای  $X_j$  و  $X_k$  متناظر با متغیرهای  $z$  و  $k$  وارد شده به گره بوده و ضرایب  $C_1, \dots, C_6$  نیز، پارامترهای مجهول چندجمله ای های گره ها در مدل GMDH می باشند.  $Y_i$  نیز معادل با خروجی گره  $i$  است. با اعمال ۷۰ داده ی مربوط به آموزش مدل در چند دور تکرار برای تعیین بهترین مدل، ساختار GMDH مطابق با شکل ۱ به دست آمد و همان طور که در شکل نیز مشخص است، دارای ۱۳ گره با توابع  $Y_1, \dots, Y_{13}$  می باشد.



شکل ۱. ساختار مدل GMDH پیشنهادی

جزئیات ضرایب مربوط به هر کدام از چندجمله ای های ساختار GMDH پیشنهاد شده، در جدول ۳ ارائه گردیده است. بر این اساس، ابتدا هر کدام از متغیرهای ورودی، در روابط  $Y_1, \dots, Y_6$  قرار گرفته تا مقدار چندجمله ای های فوق، مشخص گردد. در ادامه و با محاسبه  $Y_7, \dots, Y_{10}$  و سپس،  $Y_{11}$  و  $Y_{12}$ ، یک توالی محاسباتی انجام می شود تا در نهایت، مقدار گره خروجی،  $Y_{13}$ ، توسط دو چندجمله ای  $Y_{11}$  و  $Y_{12}$  تخمین زده شود. همان طور که پیش از این نیز بیان گردید، هر کدام از توابع فوق، یک چندجمله ای مرتبه ۲ با ضرایب ارائه شده در جدول ۳ می باشد. لازم به ذکر است که برای استفاده از ساختار پیشنهادی در این مقاله، لازم است تا هر کدام از متغیرهای ورودی توسط رابطه ۲ در بازه ی ۱- تا ۱+ قرار گیرند. در این رابطه، نماد  $M$  بیان گر مقاومت خمشی می باشد. مقدار خروجی مدل نیز در محدوده ی فوق بوده، لذا با استفاده از رابطه ۳، به مقاومت خمشی ستون تبدیل می گردد.

جدول ۳. ضرایب چندجمله ای های مدل GMDH

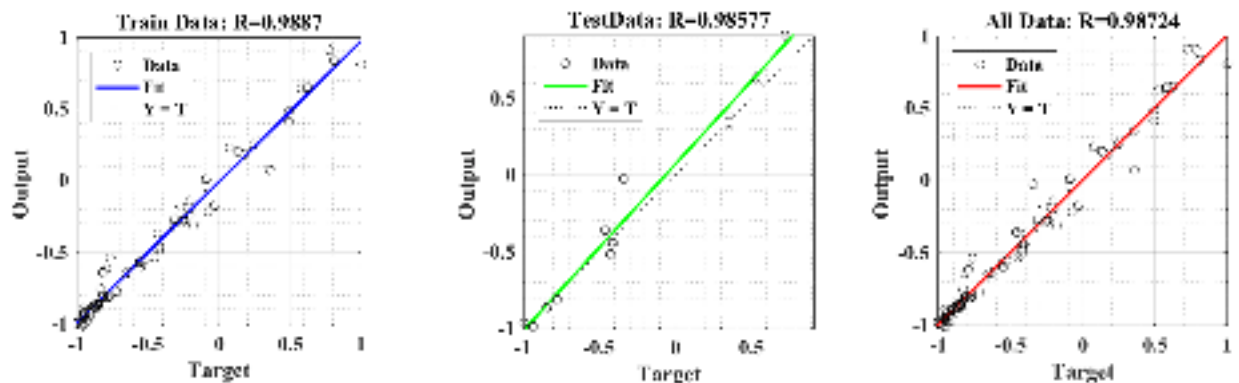
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
$Y_1$	2.8625	3.3273	3.7124	-0.3110	0.0220	3.3782
$Y_2$	-0.5329	0.8639	0.4726	0.4626	0.0665	0.6114
$Y_3$	-0.1627	0.5961	0.4245	0.1544	0.0573	-0.0552
$Y_4$	-0.4581	0.8943	0.2918	0.3203	-0.0424	0.2715
$Y_5$	-0.3002	0.7562	-0.0582	0.0247	-0.1360	-0.1588
$Y_6$	-0.6888	0.6289	-0.1367	0.4174	0.0156	-0.3168
$Y_7$	-0.0342	0.9721	0.1280	0.0446	0.6314	-0.4956
$Y_8$	-0.0313	0.8924	0.2082	0.0712	0.5726	-0.4748
$Y_9$	-0.0326	0.8711	0.1344	0.4062	0.5142	-0.8736
$Y_{10}$	-0.0669	0.7442	0.2955	0.9807	0.6322	-1.4857
$Y_{11}$	0.0199	0.6483	0.3750	-23.6188	-22.4239	46.0862
$Y_{12}$	0.0004	0.6580	0.3606	-0.0813	0.0517	0.0486
$Y_{13}$	0.0092	0.7217	0.2782	-2.1140	-2.2449	4.3529

$$Y = 2 \frac{M - 22}{1278} - 1 \quad (2)$$

$$M = 639Y + 661 \quad (3)$$

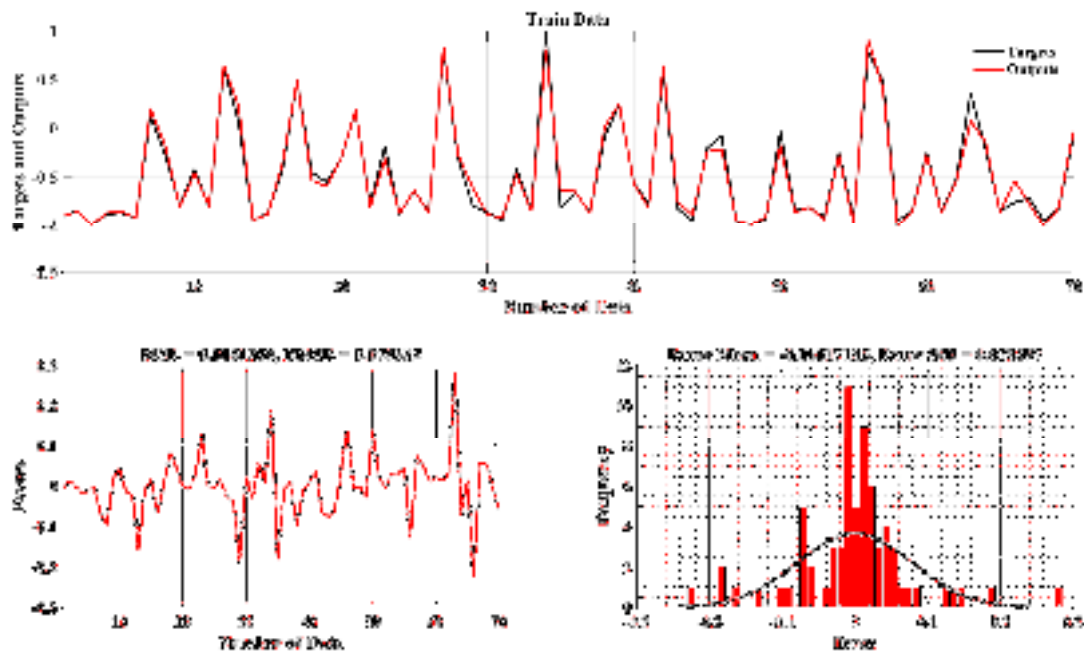
#### ۴. بررسی مدل پیشنهادی

نتایج ساختار پیشنهادی، در شکل ۲ نشان داده شده است. منظور از پارامتر R در این شکل، متناظر با ضریب همبستگی می‌باشد. بر مبنای شکل ۲ که پراکندگی داده های آزمایشگاهی را در مقابل داده های پیش بینی شده توسط GMDH نشان می‌دهد، مدل فوق دارای ضریب همبستگی ۰/۹۹ برای کل مجموعه ۸۲ تایی داده ها می باشد که عدد بسیار مناسبی است. برای داده های آموزش که شامل اطلاعات آزمایشگاهی ۷۰ ستون می باشند نیز، مقدار ضریب همبستگی R برابر با ۰/۹۹ به دست آمد. ضریب فوق برای اطلاعات آزمایش (۱۲ داده) نیز ۰/۹۹ محاسبه گردید. بر این اساس، مدل پیشنهادی، به خوبی آموزش دیده و در آزمایش نیز، عملکرد قابل قبولی داشته است.

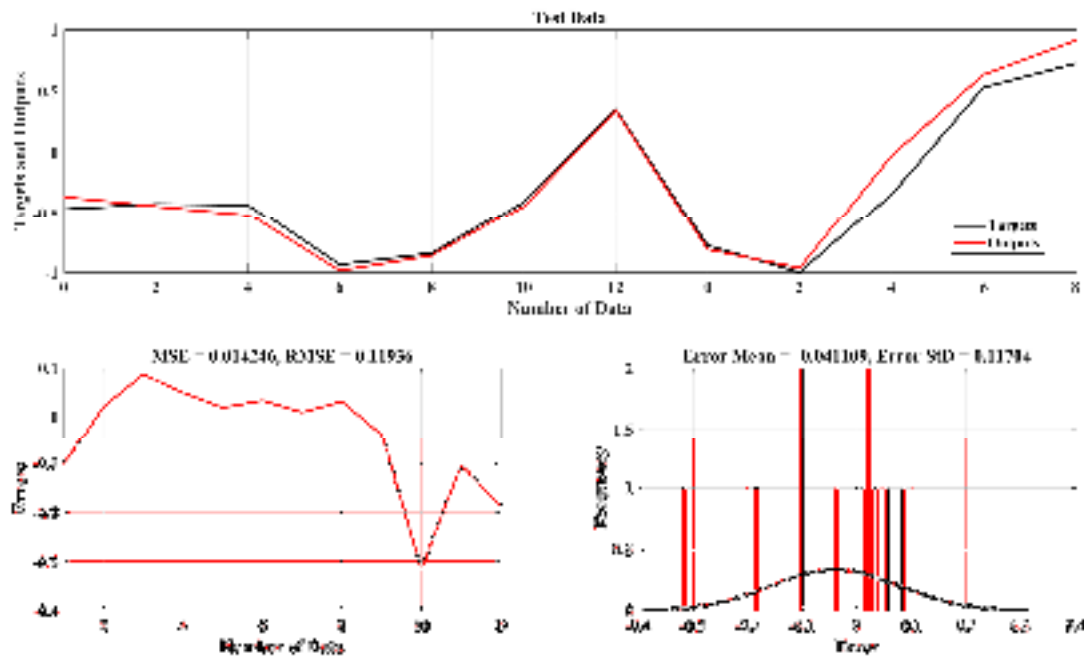


شکل ۲. نمودارهای پراکندگی و رگرسیون داده ها

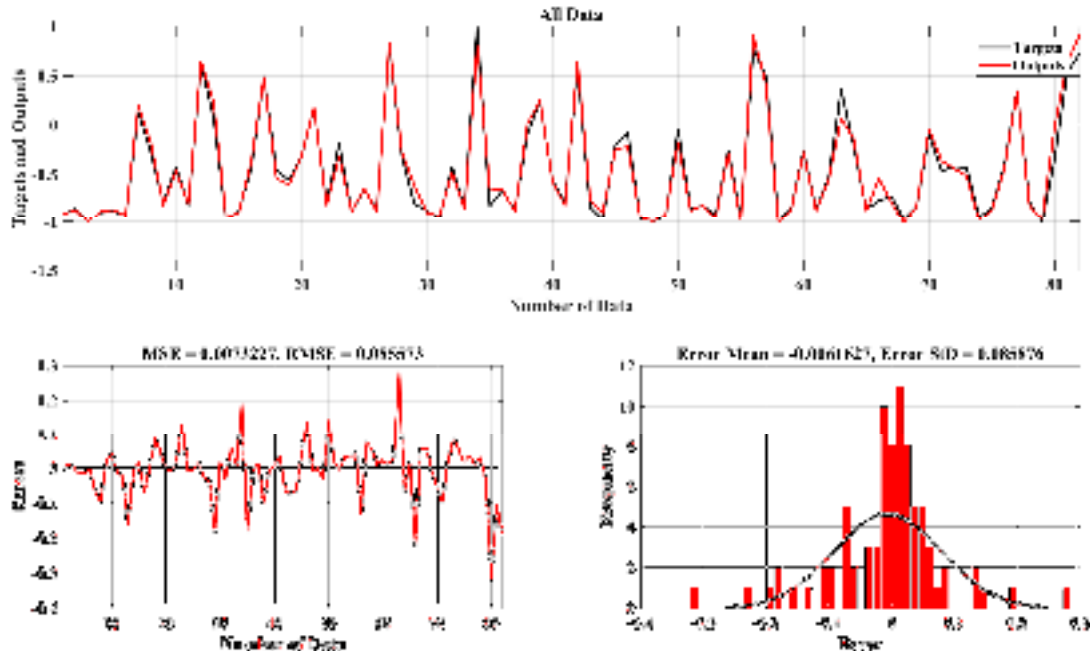
مقدار ریشه ی میانگین مربعات خطا یا به اختصار RMSE برای داده های آموزش، آزمایش و کل داده ها به ترتیب برابر با ۰/۰۷۸، ۰/۱۱۹ و ۰/۱۸۶ می باشد که نشان می دهد مدل پیشنهادی از دقت مطلوبی برخوردار است. برای مقایسه ی بهتر، می توان مقادیر پیش بینی شده و خطا را در شکل های ۳ تا ۵ مشاهده کرد. در این شکل ها، پراکندگی مقادیر خطا نیز ارائه شده که بیشتر آن ها، در محدوده ی صفر قرار دارند. جزئیات بیشتر، در شکل ها قابل مشاهده است.



شکل ۳. نتایج داده ها برای مجموعه اطلاعات آموزش



شکل ۴. نتایج داده ها برای مجموعه اطلاعات آزمایش



شکل ۵. نتایج داده ها برای کل اطلاعات پایگاه گردآوری شده

## ۵. نتیجه گیری

در این مقاله، یک ساختار فرموله شده به منظور تخمین ظرفیت خمشی ستون های بتن مسلح با فولاد ماریچ بر مبنای مدل GMDH ارائه شده و روابط و جزئیات آن ها بیان گردیده است. برای این منظور، نویسندگان از هشت پارامتر ورودی شامل قطر ستون، طول طره معادل، درصد فولاد طولی، درصد حجمی فولاد عرضی، تنش تسلیم فولاد طولی و عرضی، مساحت هسته بتنی و نیروی برشی، برای محاسبه متغیر خروجی که در این مقاله، لنگر خمشی می باشد، استفاده گردیده است. در مجموع، ۱۳ چندجمله ای برای تخمین متغیر خروجی مورد نظر، مورد استفاده قرار گرفته که ضرایب هر کدام از چندجمله ای ها نیز بر اساس مجموعه ای از داده های آزمایشگاهی، محاسبه و ارائه شده است. در مجموع، مدل پیشنهادی با دارا بودن ضریب همبستگی ۰/۹۹، همچنین مقدار RMSE برابر با ۰/۰۷۸، ۰/۱۱۹ و ۰/۸۶ برای داده های آموزش، آزمایش و کل داده ها، نشان می دهد که مدل پیشنهادی، برای محاسبه ظرفیت خمشی ستون، عملکرد مطلوب و قابل قبولی داشته است.

## ۶. مراجع

- [۱] Kheyroddin, A., Mirrashid, M., and Arshadi, H., "An investigation on the behavior of concrete cores in suspended tall buildings," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, vol. ۴۱, pp. ۳۸۳-۳۸۸, ۲۰۱۷. doi: ۱۰.۱۰۰۷/s40996-017-0075-y



- [۲] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Evaluation and verification of finite element analytical models in reinforced concrete members," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, ۲۰۱۹. doi: ۱۰,۱۰۰۷/s۴۰۹۹۶-۰۱۹-00240-8
- [۳] Naderpour, H., Vahdani, R., and Mirrashid, M., "Soft Computing Research in Structural Control by Mass Damper (A review paper). ۴st Int. Conf.," presented at the ۴st International Conference on Structural Engineerin, Tehran, Iran, ۲۰۱۸.
- [۴] Mirrashid, M., Givehchi, M., Miri, M., and Madandoust, R., "Performance investigation of neuro-fuzzy system for earthquake prediction," *Asian Journal of Civil Engineering (BHRC)*, vol. ۱۷, pp. ۲۱۳-۲23, 2016.
- [۵] Mirrashid, M., "Earthquake magnitude prediction by adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS) based on fuzzy C-means algorithm," *Natural hazards*, vol. ۷۴, pp. ۱۵۷۷-۱593, 2014. doi: 10.1007/s11069-014-1264-7
- [۶] Mirrashid, M., Jafari, M., Akhlaghi, A., and Vahidnia, A., "Prediction of compressive strength of concrete containing magnetite aggregates by Adaptive Neural Fuzzy Inference System (ANFIS)," in *۷th Internatinal Conference on Concrete & Development*, Tehran, Iran, ۲۰۱۳.
- [۷] Jafari, M., Mirrashid, M., and Vahidnia, A., "Prediction of chloride penetration in the concrete containing magnetite aggregates by Adaptive Neural Fuzzy Inference System (ANFIS)," presented at the ۷th International Symposium on Advances in Science and Technology, Bandare Abbas, Iran, ۲۰۱۳.
- [۸] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "A Neuro-Fuzzy model for punching shear prediction of slab-column connections reinforced with FRP," *Soft Computing in Civil Engineering*, vol. ۳, pp. ۱۶-26, 2019. doi: 10.22115/scce.2018.136068.1073
- [۹] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Classification of failure modes in ductile and non-ductile concrete joints," *Engineering Failure Analysis*, vol. ۱۰۳, pp. ۳۶۱-375, 2019. doi: ۱۰,۱۰۱۶/j.engfailanal.۲۰۱۹,۰۴,۰۴۷
- [۱۰] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Shear failure capacity prediction of concrete beam-column joints in terms of ANFIS and GMDH," *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, vol. ۲۴, p. 04019006, 2019. doi: 10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000417
- [۱۱] Mirrashid, M., "Comparison study of soft computing approaches for estimation of the non-ductile RC joint shear strength," *Soft Computing in Civil Engineering*, vol. ۱, pp. ۱۲-28, 2017. doi: 10.22115/scce.2017.46318
- [۱۲] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Ultimate Capacity Prediction of Concrete Slabs Reinforced with FRP Bars," in *۷rd International and ۷th National Conference on Modern Materials and Structures in Civil Engineering*, Bu-Ali Sina University, Hamedan, IRAN, ۲۰۱۸.
- [۱۳] Naderpour, H., Nagai, K., Haji, M., and Mirrashid, M., "Adaptive neuro-fuzzy inference modelling and sensitivity analysis for capacity estimation of fiber reinforced polymer strengthened circular reinforced concrete columns," *Expert Systems*, vol. ۳۶, p. e۱۲۴۱۰, ۲۰۱۹. doi: ۱۰,۱۱۱۱/exsy.۱۲۴۱۰
- [۱۴] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Moment Capacity Estimation of Spirally Reinforced Concrete Columns Using ANFIS," *Complex & Intelligent Systems*, ۲۰۱۹. doi: ۱۰,۱۰۰۷/s۴۰۷۴۷-۰۱9-00118-2
- [۱۵] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Application of group method of data handling to Estimate the Shear Strength of RC Beams Reinforced with FRP Bars," in *۷rd International and ۷th National Conference on Modern Materials and Structures in Civil Engineering*, Bu-Ali Sina University, Hamedan, IRAN, ۲۰۱۸.
- [۱۶] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Shear strength prediction of RC beams strengthened with FRP," presented at the International Conference on New Findings of Civil, Architectural and Iran Building Industry, Tehran, Iran, ۲۰۱۸.



- [۱۷] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Shear Strength Prediction of RC Beams Using Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System," *Scientia Iranica*, ۲۰۱۸. doi: ۱۰.۲۴۲۰۰/sci.۲۰۱۸.۵۰۳۰۸.۱۶۲۴
- [۱۸] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Application of soft computing to reinforced concrete beams strengthened with fibre reinforced polymers: a state-of-the-art review," in *Computational techniques for civil and structural engineering*. vol. ۳۸, ed, ۲۰۱۵, pp. ۳۰۵-۳۲۳.
- [۱۹] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "An innovative approach for compressive strength estimation of mortars having calcium inosilicate minerals," *Journal of Building Engineering*, vol. ۱۹, pp. ۲۰۵-215, 2018. doi: 10.1016/j.jobe.2018.05.012
- [۲۰] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "A computational model for estimating the compressive strength of mortars admixed with mineral materials," *Journal of Computational Engineering and Physical Modeling*, vol. ۱, pp. ۱۶-۲5, 2018. doi: 10.22115/cepm.2018.136069.1031
- [۲۱] Naderpour, H. and Mirrashid, M., "Compressive strength of mortars admixed with wollastonite and microsilica," in *Materials Science Forum*, vol. ۸۹۰, ۲۰۱۷, pp. ۴۱۵-۴۱۸.
- [۲۲] Mirrashid, M. and Bigdeli, S., "Genetic Algorithm for Prediction the Compressive Strength of Mortar Containing Wollastonite," in *1st National Congress on Construction Engineering and Projects Assessment*, Gorgan, Iran, ۲۰۱۴.
- [۲۳] Naderpour, H., Mirrashid, M., and Nagai, K., "An innovative approach for bond strength modeling in FRP strip-to-concrete joints using adaptive neuro-fuzzy inference system," *Engineering with Computers*, ۲۰۱۹. doi: ۱۰.۱۰۰۷/s۰۰۳۶۶-۰۱۹-۰0751-y
- [۲۴] Ivakhnenko, A., "Polynomial theory of complex systems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. ۳۶۴-۳۷۸, ۱۹۷۱.
- [۲۵] Berry, M., Parrish, M., and Eberhard, M., "PEER structural performance database user's manual (version 1.0)," *University of California, Berkeley*, 2004.
- [۲۶] Davey, B., "Reinforced Concrete Bridge Piers Under Seismic Loading, Master of Engineering Report," *Civil Engineering Department, University of Canterbury, New Zealand*, ۱۹۷۵.
- [۲۷] Munro, I., Park, R., and Priestley, M., "Seismic behaviour of reinforced concrete bridge piers," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۷۶-۹, ۱۹۷۶.
- [۲۸] Heng, N. K., *Seismic behaviour of circular reinforced concrete bridge piers*, ۱۹۷۸.
- [۲۹] Kenchiku, K., "Aseismic analysis of building structural members: a list of experimental results on deformation ability of reinforced concrete columns under large deflection (No. ۳)," Japan: Building Research Institute, Ministry of Construction ۱۹۷۸.
- [۳۰] Ng Kit, H., Priestley, M. J. N., and Park, R., "Seismic Behaviour of Circular Reinforced Concrete Bridge Piers," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۷۸-14, 1978.
- [۳۱] Potangaroa, R. T., Priestley, M., and Park, R., *Ductility of Spirally Reinforced Concrete Columns Under Seismic Loading: A Report Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements for the Degree of Master of Engineering at the University of Canterbury*: Department of Civil Engineering, University of Canterbury, 1979.
- [۳۲] Ang, B. G., Priestley, M. J. N., and Park, R., "Ductility of Reinforced Concrete Bridge Piers Under Seismic Loading," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۸۱-3, 1981.

- [۳۳] Arakawa, T., Arai, Y., Egashira, K., and Fujita, Y., "Effects of the rate of cyclic loading on the load-carrying capacity and inelastic behavior of reinforced concrete columns," *Transactions of the Japan Concrete Institute*, vol. ۴, pp. ۴۸۵-۴۹۲, ۱۹۸۲.
- [۳۴] Petrovski, J. and Ristic, D., "Reversed cyclic loading test of bridge column models," *Report IZIIZ*, pp. ۸۴-164, 1984.
- [۳۵] Ang, B. G., Priestley, M. J. N., and Park, R., "Seismic Shear Strength of Circular Bridge Piers," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۸۵-۵, ۱۹۸۵.
- [۳۶] Zahn, F. A., "Design of reinforced concrete bridge columns for strength and ductility," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۸۶-۷, ۱۹۸۵.
- [۳۷] Cheok, G. and Stone, W. C., "Behavior of 1/۶-Scale Model Bridge Columns Subjected to Cycle Inelastic Loading, NBSIR ۸۶-۳۴۹۴," *Center for Building Technology, National Engineering Laboratory, National Institute of Standards and Technology*, ۱۹۸۶.
- [۳۸] Arakawa, T., He, M.-X., Arai, Y., and Mizoguchi, M., "Shear resisting behavior of reinforced concrete columns with spiral hoops," *Trans Jpn Concr Inst*, vol. ۱۰, pp. ۱۵۵-۱62, 1988.
- [۳۹] Arakawa, T., Arai, Y., Mizoguchi, M., and Yoshida, M., "Shear resisting behavior of short reinforced concrete columns under biaxial bending-shear," *Transactions of the Japan Concrete Institute*, vol. ۱۱, pp. 317-324, 1989.
- [۴۰] Stone, W. C. and Cheok, G. S., "Inelastic behavior of full-scale bridge columns subjected to cyclic loading," ۱۹۸۹.
- [۴۱] Watson, S., "Design of Reinforced Concrete Frames of Limited Ductility," Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand ۸۹-۴, ۱۹۸۹.
- [۴۲] Henley Jr, E., McLean, D. I., and Henley Jr, E. H., "Moment-reducing hinge details for the bases of bridge columns," *Transportation Research Record*, ۱۹۹۰.
- [۴۳] Wong, Y. L., "Squat Circular Bridge Piers Under Multi-directional Seismic Attack: A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering at the University of Canterbury," University of Canterbury, ۱۹۹۰.
- [۴۴] Chai, Y. H., Priestley, M. N., and Seible, F., "Seismic retrofit of circular bridge columns for enhanced flexural performance," *Structural Journal*, vol. ۸۸, pp. ۵۷۲-۵۸۴, ۱۹۹۱.
- [۴۵] Coffman, H. L., Marsh, M. L., and Brown, C. B., "Seismic durability of retrofitted reinforced-concrete columns," *Journal of Structural Engineering*, vol. ۱۱۹, pp. ۱۶۴۳-۱661, 1993.
- [۴۶] Priestley, M. N. and Benzoni, G., "Seismic performance of circular columns with low longitudinal reinforcement ratios," *Structural Journal*, vol. ۹۳, pp. ۴۷۴-۴۸۵, ۱۹۹۶.
- [۴۷] Sritharan, S., Priestley, M. N., and Seible, F., "Seismic response of column/cap beam tee connections with cap beam prestressing," University of California, San Diego, San Diego ssrp-۹6/09, 1996.
- [۴۸] Hose, Y. D., Seible, F., and Priestley, M. J. N., "Strategic Relocation of Plastic Hinges in Bridge Columns," University of California, San Diego, La Jolla, Structural Systems Research Project, ۹۷/۰۵, 1997.
- [۴۹] Kunnath, S. K., El-Bahy, A., Taylor, A., and Stone, W., "Cumulative seismic damage of reinforced concrete bridge piers," National Center for Earthquake Engineering Research Technical Report NCEER-97-0006, 1997.
- [۵۰] McDaniel, C. C., *Scale effects on the shear strength of circular reinforced concrete columns*: University of California, San Diego, ۱۹۹۷.

- [۵۱] Henry, L. and Mahin, S., "Study of buckling of longitudinal bars in reinforced concrete bridge columns," *Report to the California Department of Transportation*, ۱۹۹۹.
- [۵۲] Kowalsky, M. J., Priestly, M. N., and Seible, F., "Shear and flexural behavior of lightweight concrete bridge columns in seismic regions," *ACI structural journal*, vol. ۹۶, pp. ۱۳۶-۱۴۸, 1999.
- [۵۳] Saatcioglu, M. and Baingo, D., "Circular high-strength concrete columns under simulated seismic loading," *Journal of structural engineering*, vol. ۱۲۵, pp. ۲۷۲-۲۸۰, ۱۹۹۹.
- [۵۴] Vu, N. H. D., Priestly, M., Seible, F., and Benzoni, G., "The Seismic Response of Well-Confined Circular Reinforced Concrete Columns with Low Aspect Ratios," ۱۹۹۹.
- [۵۵] Lehman, D. E., "Seismic performance of well-confined concrete bridge columns," Pacific Earthquake Engineering Research Center PEER ۱۹۹۸/۰۱, ۲۰۰۰.
- [۵۶] Nelson, J. M., "Damage model calibration for reinforced concrete bridge columns," University of Washington, ۲۰۰۰.
- [۵۷] Calderone, A., Lehman, D. E., and Moehle, J. P., *Behavior of reinforced concrete bridge columns having varying aspect ratios and varying lengths of confinement*: Pacific Earthquake Engineering Research Center, 2001.
- [۵۸] Roeder, C., Graff, R., Soderstrom, J., and Yoo, J., "Seismic performance of pile-wharf connections. Peer report ۲۰۰۲/۰۷," *University of California, Berkeley, Pacific Earthquake Engineering Research Center*, 2001.
- [۵۹] Hamilton, C., Pardoen, G., and Kazanjy, R., "Experimental testing of bridge columns subjected to reversed-cyclic and pulse-type loading histories. Report ۲۰۰۱-۰۲," *Civil Engineering Technical Report Series, University of California, Irvine*, ۲۰۰۲.